

もくじ

1章 多項式			
1	多項式の展開	……4	
2	乗法公式	……8	
3	因数分解	……12	
4	式の計算の利用	……18	
	●章末問題	……22	
2章 平方根			
5	平方根	……24	
6	有理数と無理数	……28	
7	平方根の積と商	……30	
8	平方根の計算(1)	……34	
9	平方根の計算(2)	……38	
10	近似値と有効数字	……42	
	●章末問題	……44	
3章 2次方程式			
11	2次方程式の解き方(1)	……46	
12	2次方程式の解き方(2)	……51	
13	2次方程式の利用	……52	
	●章末問題	……57	
4章 関数			
14	関数 $y = ax^2$	……59	
15	変化の割合	……64	
16	放物線と直線	……69	
17	いろいろな関数	……75	
	●章末問題	……76	
5章 円の性質			
18	円周角	……78	
	●章末問題	……83	
6章 相似			
19	相似な図形	……84	
20	相似の証明	……90	
21	平行線と線分の比	……96	
22	相似比と面積比	……102	
23	相似比と体積比	……104	
	●章末問題	……106	
7章 三平方の定理			
24	三平方の定理	……108	
25	三平方の定理と平面図形	……114	
26	三平方の定理と空間図形(1)	……120	
27	三平方の定理と空間図形(2)	……126	
	●章末問題	……130	
8章 標本調査			
28	標本調査	……132	
	●章末問題	……134	
総合問題		……135 ~ 138	

1 多項式の展開

学習のまとめ

① 多項式と単項式の乗法

分配法則を使って、多項式の各項に単項式をかける。

$$\text{分配法則} \quad a(b+c) = \overset{\textcircled{1}}{ab} + \overset{\textcircled{2}}{ac}$$

② 多項式を単項式でわる除法

単項式を逆数にして、乗法になおす。

$$(a+b) \div m = (a+b) \times \frac{1}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$$

③ 展開

単項式や多項式の積の形の式を、かっこをはずして、単項式の和の形に表すこと。

④ 分配法則による多項式の展開

おきかえと分配法則を使って展開する。

$$\begin{aligned} (a+b)(c+d) &= (a+b)M && c+d \Rightarrow M \\ &= aM + bM && \text{分配法則} \\ &= a(c+d) + b(c+d) && M \Rightarrow c+d \\ &= ac + ad + bc + bd && \text{分配法則} \end{aligned}$$

実際の計算では、下のように①～④の4組の積の和をつくればよい。

$$(a+b)(c+d) = \overset{\textcircled{1}}{ac} + \overset{\textcircled{2}}{ad} + \overset{\textcircled{3}}{bc} + \overset{\textcircled{4}}{bd}$$

■ ワーク 1 多項式と単項式の乗法 ■

分配法則を使って、かっこをはずす。

$$(1) \quad 3x(x-2y)$$

$$= 3x \times x - 3x \times 2y$$

$$= 3x^2 - 6xy$$

$$3x(x-2y)$$

$$(2) \quad (2a-3b-1) \times (-2a)$$

$$= 2a \times (-2a) - 3b \times (-2a) - 1 \times (-2a)$$

$$= -4a^2 + 6ab + 2a$$

1 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad 2x(x+3y)$$

$$\square(2) \quad (2a-3b) \times 3a$$

$$\square(3) \quad -m(2m-7n)$$

$$\square(4) \quad (-3x+4y) \times (-2x)$$

$$\square(5) \quad (a-2b+3) \times 5a$$

$$\square(6) \quad -3x(3x-y-2)$$

■ ワーク 2 多項式を単項式でわる除法 ■

単項式(わる式)を逆数にして、乗法になおす。

$$(1) \quad (4a^2-6ab) \div 2a$$

$$= (4a^2-6ab) \times \frac{1}{2a}$$

$$= \frac{4a^2}{2a} - \frac{6ab}{2a} \longrightarrow \text{約分}$$

$$= 2a - 3b$$

$$2a = \frac{2a}{1} \times \frac{1}{2a}$$

$$(2) \quad (6x^2y-3xy) \div \frac{3}{2}x$$

$$= (6x^2y-3xy) \times \frac{2}{3x}$$

$$= \frac{6x^2y \times 2}{3x} - \frac{3xy \times 2}{3x} \longrightarrow \text{約分}$$

$$= 4xy - 2y$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{3x}{2} \times \frac{2}{3x}$$

2 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (3x^2y + 2xy) \div x$$

$$\square(2) \quad (6a^2b - 9a) \div 3a$$

$$\square(3) \quad (10ab^2 - 4ab) \div (-2b)$$

$$\square(4) \quad (8x^2y - 12xy^2) \div 4xy$$

$$\square(5) \quad (2a^2 + 3ab^2) \div \frac{1}{2}a$$

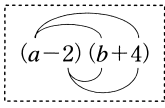
$$\square(6) \quad (6x^2y - 8xy^2) \div \frac{2}{3}xy$$

■ (ワーク) 3 分配法則による多項式の展開 ■

分配法則をくり返し使って展開する。

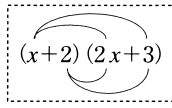
展開した結果に同類項があれば、それをまとめて簡単にしておく。

$$(1) \quad (a-2)(b+4)$$



$$= ab + 4a - 2b - 8$$

$$(2) \quad (x+2)(2x+3)$$

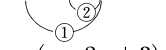


$$= 2x^2 + 3x + 4x + 6$$

└──────────┘ 同類項

$$= 2x^2 + 7x + 6$$

$$(3) \quad (x-3)(x-2y+3)$$



$$= x(x-2y+3) \quad \leftarrow \textcircled{1}$$

$$- 3(x-2y+3) \quad \leftarrow \textcircled{2}$$

$$= x^2 - 2xy + 3x$$

$$- 3x + 6y - 9$$

$$= x^2 - 2xy + 6y - 9$$

3 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (x-1)(y-3)$$

$$\square(2) \quad (2a-1)(3b+2)$$

$$\square(3) \quad (x+3)(x+4)$$

$$\square(4) \quad (2x-1)(x+5)$$

$$\square(5) \quad (a+2b)(2a-b)$$

$$\square(6) \quad (3a+2b)(2a-3b)$$

$$\square(7) \quad (a+2)(a-b+2)$$

$$\square(8) \quad (2x-y+3)(x-2y)$$

練習問題 A**4** [多項式と単項式の乗法] 次の計算をなさい。

$\square(1) \quad 3a(2a - b)$

$\square(2) \quad (5x - 2y) \times 2x$

$\square(3) \quad -4x(x - 3y)$

$\square(4) \quad (-3x + 2y) \times (-3x)$

$\square(5) \quad 2a(a - 3b - 2)$

$\square(6) \quad (x - 3y + 2) \times (-5x)$

5 [多項式を単項式でわる除法] 次の計算をなさい。

$\square(1) \quad (x^2y - 3xy) \div x$

$\square(2) \quad (12m^2 + 6m) \div 6m$

$\square(3) \quad (14x^2y - 21xy^2) \div 7xy$

$\square(4) \quad (10a - 15a^2b) \div (-5a)$

$\square(5) \quad (6a^2 + 8ab) \div \frac{2}{3}a$

$\square(6) \quad (9a^2b - 3ab^2) \div \frac{3}{4}ab$

6 [分配法則による多項式の展開] 次の式を展開しなさい。

$\square(1) \quad (x - 3)(y + 4)$

$\square(2) \quad (2a - 3)(2b + 3)$

$\square(3) \quad (x + 8)(x + 5)$

$\square(4) \quad (3x - 2y)(x + 2y)$

$\square(5) \quad (2a - 1)(a - 2b + 1)$

$\square(6) \quad (2x - 4y + 3)(x - y)$

練習問題 B

7 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad -x(x-y)$$

$$\square(2) \quad 4x\left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{4}b\right)$$

$$\square(3) \quad 3x(x^2 - 2x - 1)$$

$$\square(4) \quad (x - y - 3) \times (-2y)$$

$$\square(5) \quad (a^3 - 2a^2 + 3a) \div a$$

$$\square(6) \quad (2x^2y + 6xy^2 - 4xy) \div \frac{2}{3}y$$

8 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (x - 8)(x + 10)$$

$$\square(2) \quad (2x - 5)(x - 4)$$

$$\square(3) \quad (4x - 5y)(3x + 2y)$$

$$\square(4) \quad 6\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)(a - 2b)$$

$$\square(5) \quad (a^2 + 2a - 3)(a - 1)$$

$$\square(6) \quad (a + 3)(a^2 - 3a + 9)$$

9 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad 2x(x - 3) + 3x(2x + 1)$$

$$\square(2) \quad 3a(4a - 3) - 6a(2a - 3)$$

$$\square(3) \quad 3x\left(x - \frac{1}{3}\right) - \frac{x}{2}(4x + 6)$$

$$\square(4) \quad x(x - 3) + (2x^2 - x) \div \frac{x}{3}$$

$$\square(5) \quad x(x + 1) + (2x - 1)(3x - 1)$$

$$\square(6) \quad (a + b)(3a - 2b) - (3a - b)(a + 2b)$$

ヒント

7 (5)(6) 3項の多項式をわるときも，わる単項式の逆数を考えて乗法になおす。

9 それぞれ展開し，加法や減法の計算をする。減法では，符号に注意する。

2 乗法公式

学習のまとめ

① 乗法公式による多項式の展開

多項式の展開では、その式の形によって、右に示す乗法公式①～④のいずれかが利用できることがある。

② 乗法公式

- | | | |
|---|----------------------------------|-------|
| ① | $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ | |
| ② | $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | 和の平方 |
| ③ | $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | 差の平方 |
| ④ | $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ | 和と差の積 |

ワーク 4 $(x+a)(x+b)$ の展開

展開すると、 x の係数は a と b の和
数の項は a と b の積

$$(1) \quad (x-5)(x+3) \\ = x^2 + (-5+3)x + (-5) \times 3 = x^2 - 2x - 15$$

$$(x-5)(x+3) = x^2 - 2x - 15$$

和 $\downarrow$
積 $\uparrow$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(2) \quad (2x+7)(2x-3) \\ = (X+7)(X-3) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x \Rightarrow X \\ \text{乗法公式} \\ X \Rightarrow 2x \end{array} \right. \\ = X^2 + 4X - 21 \\ = (2x)^2 + 4 \times 2x - 21 \\ = 4x^2 + 8x - 21$$

10 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+2)(x+4)$

□(2) $(a-3)(a+4)$

□(3) $(x-8)(x+3)$

□(4) $(x-5)(x-7)$

11 次の式を展開しなさい。

□(1) $(2a+3)(2a+5)$

□(2) $(3x-2)(3x+4)$

□(3) $(2a-3)(2a+1)$

□(4) $(5x-2)(5x-3)$

ワーク 5 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ の展開

2つの項をもつ多項式の2乗を、展開するときに使う公式。

$$(1) \quad (x+3)^2 \\ = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

2倍 $\downarrow$
2乗 $\uparrow$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2) \quad (3x-2)^2 \\ = (X-2)^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x \Rightarrow X \\ \text{乗法公式} \\ X \Rightarrow 3x \end{array} \right. \\ = X^2 - 4X + 4 \\ = (3x)^2 - 4 \times 3x + 4 \\ = 9x^2 - 12x + 4$$

12 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (x+1)^2$$

$$\square(2) \quad (x-2)^2$$

$$\square(3) \quad (a-4)^2$$

$$\square(4) \quad (a+9)^2$$

$$\square(5) \quad \left(x+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\square(6) \quad \left(x-\frac{1}{3}\right)^2$$

13 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (2x+1)^2$$

$$\square(2) \quad (2x-3)^2$$

$$\square(3) \quad (5x-1)^2$$

$$\square(4) \quad (3x+2y)^2$$

■ 7-7 6 $(a+b)(a-b)$ の展開 ■

2つの単項式の和と差の積は、展開すると、それぞれの単項式の2乗の差になる。

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+3)(x-3) \quad \cdots x \text{ と } 3 \text{ の和と差の積} \\ & = x^2 - 3^2 \quad \longleftarrow x, 3 \text{ の } 2 \text{ 乗の差} \\ & = x^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (2a-5b)(2a+5b) \quad \cdots 2a \text{ と } 5b \text{ の和と差の積} \\ & = (2a)^2 - (5b)^2 \quad \longleftarrow 2a, 5b \text{ の } 2 \text{ 乗の差} \\ & = 4a^2 - 25b^2 \end{aligned}$$

14 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (a+2)(a-2)$$

$$\square(2) \quad (x-5)(x+5)$$

$$\square(3) \quad (a+7)(a-7)$$

$$\square(4) \quad (1+x)(1-x)$$

15 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (2x+1)(2x-1)$$

$$\square(2) \quad (3x+4)(3x-4)$$

$$\square(3) \quad (5a-3b)(5a+3b)$$

$$\square(4) \quad (-x+2y)(-x-2y)$$

練習問題 A

16 $[(x+a)(x+b)]$ の展開 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+1)(x+5)$

□(2) $(x-2)(x+6)$

□(3) $(x-5)(x-3)$

□(4) $(a-7)(a+3)$

□(5) $(a-4)(a-8)$

□(6) $(a-10)(a+2)$

□(7) $(x+9)(x-10)$

□(8) $(x+20)(x-3)$

□(9) $(a-12)(a+4)$

□(10) $(2x-3)(2x-7)$

□(11) $(3x+8)(3x-5)$

□(12) $(4x-3)(4x+1)$

17 $[(a+b)^2, (a-b)^2]$ の展開 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+5)^2$

□(2) $(x-8)^2$

□(3) $(2+x)^2$

□(4) $(a-10)^2$

□(5) $(x+13)^2$

□(6) $(4-x)^2$

□(7) $(2x+5)^2$

□(8) $(a+3b)^2$

□(9) $(3a+5b)^2$

□(10) $(3a-2b)^2$

□(11) $(-x+5y)^2$

□(12) $(-a+3b)^2$

18 $[(a+b)(a-b)]$ の展開 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+4)(x-4)$

□(2) $(m-6)(m+6)$

□(3) $(9-a)(9+a)$

□(4) $(3x+1)(3x-1)$

□(5) $(5x+4y)(5x-4y)$

□(6) $(-2x+3y)(-2x-3y)$

練習問題 B

19 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad (x-9)(x+5)$$

$$\square(2) \quad (x+4)(7+x)$$

$$\square(3) \quad (-x+2)(-x-3)$$

$$\square(4) \quad (6-x)^2$$

$$\square(5) \quad (x-12)(x+12)$$

$$\square(6) \quad (5-a)(5+a)$$

$$\square(7) \quad (xy-1)(xy-2)$$

$$\square(8) \quad (2x+1)(2x-3)$$

$$\square(9) \quad (3x+2)(3x-5)$$

$$\square(10) \quad (5x-7)(7+5x)$$

$$\square(11) \quad (-x-8y)^2$$

$$\square(12) \quad (-2a+6b)^2$$

20 次の式を展開しなさい。

$$\square(1) \quad \left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

$$\square(2) \quad \left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(\frac{1}{2}x-2\right)$$

$$\square(3) \quad \left(3a+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\square(4) \quad \left(a+\frac{b}{2}\right)\left(a-\frac{b}{2}\right)$$

21 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \quad (a+1)(a+3)-a(a+4)$$

$$\square(2) \quad (a+5)(a-2)+(a-3)^2$$

$$\square(3) \quad (x+7)^2+(x-7)^2$$

$$\square(4) \quad (4x+1)(4x-1)-(x-2)(x+2)$$

$$\square(5) \quad (x+10)(x-10)+4(x-5)^2$$

$$\square(6) \quad 2(x+6)(x-3)-(x-2)(x+8)$$

ヒント

21 それぞれ展開し、加法や減法の計算をする。減法では符号に注意する。

3 因数分解

◆ 学習のまとめ ◆

① 因数（整数）

整数がそれより小さいいくつかの自然数の積で表されるとき、そのひとつひとつをもとの数の**因数**という。

例 $12 = 2 \times 6$ より、2, 6 は 12 の因数

② 素数と素因数分解

1 とその数のほかに約数をもたない自然数を素数という。1 は素数ではない。

素数は、2, 3, 5, 7, 11, 13, …

素数である因数を**素因数**、自然数を素因数の積に分解することを**素因数分解**という。

例 12 を素因数分解すると、 $12 = 2^2 \times 3$

③ 因数（多項式）

$(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$ のとき、
 $x+2$, $x+3$ を $x^2 + 5x + 6$ の**因数**という。

④ 因数分解

多項式をいくつかの因数の積として表すことを、その多項式を**因数分解**するという。

$$x^2 + 5x + 6 \xrightleftharpoons[\text{展開}]{\text{因数分解}} (x+2)(x+3)$$

⑤ 共通因数をくり出す因数分解

多項式の各項に共通な因数があるとき、それがかっこの外にくり出して因数分解する。

$$ma + mb + mc = m(a + b + c)$$

⑥ 公式を利用する因数分解

$$\textcircled{1}' \quad x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$\textcircled{2}' \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\textcircled{3}' \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$\textcircled{4}' \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

それぞれ乗法公式①～④に対応している。

■ ワーク 7 素因数分解 ■

下のような書き方で、素数で順にわっていき、素因数を見つける。

素因数分解の結果は、ふつう累乗の指数を使って表す。

(1) 42 の素因数分解

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

(2) 45 の素因数分解

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

22 次の数を素因数分解しなさい。

□(1) 18

□(2) 24

□(3) 210

■ ワーク 8 素因数分解の利用 ■

次の問いに答えなさい。

(1) 144 はどんな数の平方になっているか。

(2) 63 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある数の平方にしたい。どんな数をかければよいか。

考え方 144, 63 を素因数分解して、累乗の指数を使って表す。その形から判断する。

解答 (1) 144 を素因数分解すると、 $144 = 2^4 \times 3^2$

$2^4 \times 3^2 = (2^2)^2 \times 3^2 = (2^2 \times 3)^2$ と表されるから、144 は $2^2 \times 3 = 12$ の平方。

(2) 63 を素因数分解すると、 $63 = 3^2 \times 7$

したがって、7 をかけると、 $63 \times 7 = 3^2 \times 7^2 = (3 \times 7)^2 = 21^2$ となる。

答 (1) 12 の平方 (2) 7

23 次の数はどんな数の平方になっていますか。

☐ (1) 196

☐ (2) 625

24 次の数にできるだけ小さい自然数をかけて、ある数の平方にしたい。どんな数をかければよいですか。

☐ (1) 12

☐ (2) 75

☐ (3) 90

☐ (4) 56

■ (ワーク) 9 共通因数をくり出す因数分解 ■

各項の因数を調べ、すべての項に共通な因数を見つけて、かっこの前に出す。かっこの中には、残りの因数を並べる。

$$ma + mb = m(a + b)$$

(1) $3x^2 - 6xy$
 $= 3x(x - 2y)$

↑
 共通因数は $3x \Leftarrow \begin{cases} 3x^2 = 3 \times x \times x \\ -6xy = -2 \times 3 \times x \times y \end{cases}$

(2) $2ax + 4ay - 10a$
 $= 2a(x + 2y - 5)$

↑
 共通因数は $2a \Leftarrow \begin{cases} 2ax = 2 \times a \times x \\ 4ay = 2 \times 2 \times a \times y \\ -10a = -2 \times 5 \times a \end{cases}$

25 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $ab + bc$

☐ (2) $3x^2y - 5xy^2$

☐ (3) $4a^2b - 6b^2$

☐ (4) $8xy - 4x$

26 次の式を因数分解しなさい。

☐ (1) $ax + 2ay + 5a$

☐ (2) $x^2y + xy^2 - 2xy$

☐ (3) $6a^2 - 3ab + 9ac$

☐ (4) $10x^2 - 15xy + 5x$

■ (ワーク) 10 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 ■

x の係数と定数項が、それぞれ同じ 2 つの数の和、積で表されている形の式の因数分解。

(1) $x^2 + 6x + 8$

和が 6, 積が 8 となる 2 数を見つける。

実際には、積が 8 となる 2 数の組を調べ、和が 6 になることから 1 組に決める。

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

積が 8	和が 6
1, 8	×
-1, -8	×
2, 4	○
-2, -4	×

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

(2) $x^2 + 3x - 10$

積が -10, 和が 3 となる 2 数を見つける。

$$x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$$

積が -10	和が 3
1, -10	×
-1, 10	×
2, -5	×
-2, 5	○

27 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 9x + 8$

□(2) $x^2 + 9x + 18$

□(3) $x^2 - 6x + 8$

□(4) $x^2 - 12x + 35$

28 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 7x - 8$

□(2) $x^2 + 4x - 12$

□(3) $x^2 + x - 12$

□(4) $x^2 - 3x - 40$

□(5) $x^2 - 2x - 63$

□(6) $x^2 - 10x - 24$

■ (ワーク) 11 $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ の因数分解 ■

2 つの項が a^2 , b^2 のように、2 乗の形で表され、残りの項が a , b を使って $2ab$ と表される式の因数分解。

(ワーク) 10 の特別な場合と考えてよい。

(1) $a^2 + 12a + 36$

$$a^2 + 12a + 36$$

$$a^2 + 2 \times a \times 6 + 6^2$$

$b = 6$ の場合で、

$$a^2 + 12a + 36 = (a+6)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

(2) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$$

$a = 2x$, $b = 3y$ の場合で、

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x-3y)^2$$

29 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 2x + 1$

□(2) $x^2 - 6x + 9$

□(3) $a^2 - 10a + 25$

□(4) $a^2 - 4ab + 4b^2$

□(5) $4x^2 - 20x + 25$

□(6) $9x^2 - 24xy + 16y^2$

■ (ワーク) 12 $a^2 - b^2$ の因数分解 ■

$a^2 - b^2$ のように、単項式の 2 乗の差の形をした式は、その 2 つの単項式の、和と差の積に因数分解される。

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

(1) $x^2 - 16$

$$= x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$$

(2) $4x^2 - 9y^2$

$$= (2x)^2 - (3y)^2 = (2x + 3y)(2x - 3y)$$

30 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 - 1$

□(2) $a^2 - 25$

□(3) $4 - a^2$

□(4) $16x^2 - 1$

□(5) $25x^2 - 36y^2$

□(6) $x^2 - \frac{y^2}{9}$

■ (ワーク) 13 共通因数→公式利用の因数分解 ■

はじめに、各項の共通因数を調べる。あればかつこの外に出し、次にかつこの中で因数分解を考える。

(1) $2x^2 - 6x - 20 = 2(x^2 - 3x - 10)$

$$= 2(x + 2)(x - 5)$$

(2) $ax^2 - 9a = a(x^2 - 9)$

$$= a(x + 3)(x - 3)$$

31 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $ab^2 + 4ab + 3a$

□(2) $3x^2 - 3x - 18$

□(3) $6a^2 - 54$

□(4) $2ax^2 - 4ax + 2a$

練習問題 A

32 [素因数分解] 次の数を素因数分解しなさい。

□(1) 20

□(2) 66

□(3) 168

33 [因数分解] 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2x^2 - 4x$

□(2) $12am - 6bm$

□(3) $10a^2 - 5ab$

□(4) $x^2 + 7x + 10$

□(5) $x^2 - 8x + 15$

□(6) $x^2 - 6x + 5$

□(7) $x^2 + 5x - 6$

□(8) $x^2 - 7x - 18$

□(9) $x^2 + 6x - 7$

□(10) $a^2 + 8a + 16$

□(11) $x^2 - 14x + 49$

□(12) $a^2 + 16a + 64$

□(13) $x^2 - 64$

□(14) $36 - a^2$

□(15) $x^2 - 1$

34 [因数分解] 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $9x^2 + 12x + 4$

□(2) $16a^2 - 8ab + b^2$

□(3) $4x^2 + 28xy + 49y^2$

□(4) $4x^2 - 81y^2$

□(5) $25x^2 - \frac{1}{4}$

□(6) $9x^2 - 64y^2$

35 [共通因数⇔公式利用の因数分解] 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $2x^2 + 8x + 10$

□(2) $3x^2 - 33x + 90$

□(3) $4xy^2 - 16xy + 16x$

□(4) $8a^2 - 50$

練習問題 B

36 次の数がある整数の2乗になるようにしたい。最も小さい自然数 n を求めなさい。

□(1) $54n$

□(2) $\frac{126}{n}$

37 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 - 13x + 42$

□(2) $x^2 + 4x - 45$

□(3) $a^2 - 11a + 30$

□(4) $x^2 - 15x + 36$

□(5) $x^2 + 22x + 40$

□(6) $a^2 + a - 20$

□(7) $x^2 + 12x - 64$

□(8) $x^2 - 14x - 72$

□(9) $a^2 - 12a + 20$

38 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $a^2 - 16ab + 64b^2$

□(2) $9x^2 + 42xy + 49y^2$

□(3) $81x^2 - 121$

□(4) $x^2 - \frac{16}{25}$

39 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $5x^2 - 30x + 40$

□(2) $-3x^2 - 12x + 63$

□(3) $4x^2 - 24x + 36$

□(4) $-x^2 + 20x - 100$

□(5) $2x^2 - 98$

□(6) $45x^2 - 80$

ヒント

39 はじめに共通因数をくくり出す。(4)の共通因数は-1と考える。

4 式の計算の利用

◆ 学習のまとめ ◆

① 数の計算への利用

乗法公式や因数分解を利用すると、数の計算が簡単になることがある。

② 式の値

式の計算を終えてから、また、因数分解してから、数値を代入した方が、式の値の計算が簡単になることがある。

③ 式の計算の利用

式の展開(乗法公式)や因数分解を利用して、整数についての性質や図形の性質を導くことがある。

例 よく使われる整数の表し方(n は整数)

偶数 $2n$ 奇数 $2n+1$

連続する3つの整数 $n-1, n, n+1$

■ (ワーク) 14 数の計算への利用 ■

乗法公式が利用できる数の計算

$$\begin{aligned} (1) \quad 72 \times 68 &= (70+2)(70-2) \\ &= 70^2 - 2^2 \\ &= 4900 - 4 = 4896 \end{aligned}$$

因数分解が利用できる数の計算

$$\begin{aligned} (2) \quad 38^2 - 32^2 &= (38+32)(38-32) \\ &= 70 \times 6 \\ &= 420 \end{aligned}$$

40 くふうして、次の計算をなさい。

□(1) 52^2

□(2) 63×57

□(3) 95×105

□(4) $27 \times 53 + 27 \times 47$

□(5) $16^2 - 14^2$

□(6) $76^2 - 24^2$

■ (ワーク) 15 式の値 ■

次の式の値を求めなさい。

(1) $x=2, y=-3$ のとき, $2x(5x-6y)+3y(4x+3y)$ の値

(2) $x=91, y=89$ のとき, $x^2-2xy+y^2$ の値

(考え方) (1) 式を計算し、簡単にしてから、 x の値、 y の値を代入する。

(2) 因数分解できる式であることに注目する。因数分解してから、値を代入する。

(解答) (1) $2x(5x-6y)+3y(4x+3y)=10x^2-12xy+12xy+9y^2$
 $=10x^2+9y^2=10 \times 2^2+9 \times (-3)^2=40+81=121$

(2) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(91-89)^2=2^2=4$

答 (1) 121 (2) 4

□41 $a=-2, b=3$ のとき, $(4a^2b+6ab^2) \div 2ab$ の値を求めなさい。

42 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x = -5, y = 4$ のとき, $2x(x - 3y) + 3y(2x - y)$

□(2) $x = 95$ のとき, $x^2 - 25$

□(3) $x = 47$ のとき, $x^2 - 4x - 21$

□(4) $x = 25, y = 17$ のとき, $4x^2 - 12xy + 9y^2$

■ (ワーク) 16 式の計算の利用 ■

2つの奇数は, $2m + 1, 2n + 1$ (m, n は整数) と表せる。2つの奇数の積は, 奇数になることを証明しなさい。

(考え方) 積 $(2m + 1)(2n + 1)$ を展開して, $2 \times (\text{整数}) + 1$ の形を示せばよい。

(解答) $(2m + 1)(2n + 1) = 4mn + 2m + 2n + 1 = 2(2mn + m + n) + 1$
 m, n は整数だから, $2mn + m + n$ も整数より, $2(2mn + m + n) + 1$ は奇数である。

43 次の問いに答えなさい。

□(1) 奇数の平方は奇数であることを証明せよ。

□(2) 連続する2つの整数がある。この2数の平方の和は奇数になることを証明せよ。

□(3) 連続した2つの偶数の平方の和は, 4の倍数であることを証明せよ。

44 1辺が a cm の正方形がある。これについて, 次の問いに答えなさい。

□(1) 1辺の長さを2cm長くした正方形をつくと, 面積はいくら増えるか。

□(2) 1辺を2cm長くし, 他の1辺を2cm短くした長方形をつくと, 面積はいくら増えるか, または減るか。

練習問題 A

45 [数の計算への利用] くふうして、次の計算をなさい。

□(1) 39^2

□(2) 48×52

□(3) $48 \times 49 + 49 \times 52$

□(4) $27^2 - 23^2$

46 [式の値] 次の式の値を求めなさい。

□(1) $a = 4, b = -3$ のとき, $(9a^2b - 6ab^2) \div 3ab$ の値

□(2) $x = 5, y = 6$ のとき, $(x + y)(x + 4y) - (x - 2y)^2$ の値

□(3) $x = 18$ のとき, $x^2 - 6x - 16$ の値

□(4) $x = 4, y = -3$ のとき, $4x^2 + 12xy + 9y^2$ の値

47 [式の計算の利用] 連続する3つの整数について、次のことを証明なさい。

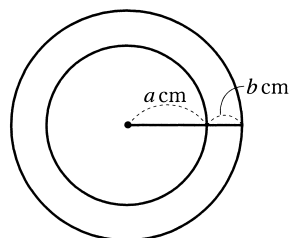
□(1) 最大の数と最小の数の積に1を加えて得られる数は、中央の数を2乗したものに等しい。

□(2) 最大の数の2乗から最小の数の2乗をひいて得られる数は、中央の数を4倍したものに等しい。

48 [式の計算の利用] 半径 a cm の円がある。これについて、次の問いに答えなさい。

□(1) この円の半径を b cm だけ長くすると、周の長さはどれだけ長くなるか。

□(2) この円の半径を b cm だけ長くすると、面積はどれだけ増えるか。



練習問題 B

49 くふうして、次の計算をなさい。

□(1) $8.8^2 - 1.2^2$

□(2) $3.14 \times 55^2 - 3.14 \times 45^2$

50 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x = \frac{1}{3}$ のとき、 $(x+2)^2 - (x-3)(x+4)$ の値

□(2) $x = 2.1$, $y = 0.3$ のとき、 $x^2 + 6xy + 9y^2$ の値

□(3) $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{1}{6}$ のとき、 $x^2 + 4xy + 4y^2$ の値

□51 右の表のように、自然数を1から順に、縦に4つつ書き並べていく。表において、横にとなり合って並んでいる3つの数に着目する。

表

1	5	9	13	17	21	...
2	6	10	14	18	22	...
3	7	11	15	19	23	...
4	8	12	16	20	24	...

このとき、次に示す性質が成り立つ。

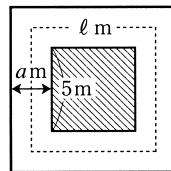
「着目した3つの数において、中央の数の2乗から残りの数の積をひくと、その答えは必ず16である。」

たとえば、2行目の6, 10, 14に着目すると、

$$10^2 - 6 \times 14 = 16$$

この性質が成り立つことを、着目した3つの数のうちの1つを n とにおいて、証明しなさい。

□52 1辺の長さが5mの正方形の土地のまわりに幅 a mの道がついている。道の面積を S m²、道のまん中を通る線の長さを ℓ mとすると、 $S = a\ell$ であることを証明しなさい。



ヒント

51 中央の数を n とおくと、左右に並んでいる数は、 $n-4$, $n+4$

52 ℓ は、1辺 $(5+a)$ m の正方形の周の長さと等しい。

章 末 問 題

① 次の計算をなさい。

□(1) $5x(x-2y)$

□(2) $(3a-b+1) \times (-2a)$

□(3) $(20a^2b-12ab^2) \div 4ab$

□(4) $(6x^2+4x) \div \frac{2}{3}x$

② 次の式を展開しなさい。

□(1) $(a-2)(b-3)$

□(2) $(2x-1)(3x-2)$

□(3) $(a+3)(a-3b+2)$

□(4) $(x+y-2)(x+2y)$

③ 次の式を展開しなさい。

□(1) $(x+2)(x+7)$

□(2) $(a-8)(a+5)$

□(3) $(a-5)(a-7)$

□(4) $(2x-1)(2x+5)$

□(5) $(3x-2)(3x-1)$

□(6) $(5x-1)(5x+2)$

□(7) $(x+6)^2$

□(8) $(2x-7y)^2$

□(9) $(4a-3b)^2$

□(10) $(x+8)(x-8)$

□(11) $(4x-y)(4x+y)$

□(12) $(6a-5b)(6a+5b)$

④ くふうして、次の計算をなさい。

□(1) 49^2

□(2) 102×98

□⑤ $x=5, y=-7$ のとき, $(24x^2y+16xy^2) \div (-8xy)$ の値を求めなさい。

⑥ 次の数を素因数分解しなさい。

□(1) 28

□(2) 70

□(3) 108

⑦ 次の式を因数分解しなさい。

□(1) $x^2 + 6x + 5$

□(2) $x^2 - 9x + 14$

□(3) $a^2 - 8a + 15$

□(4) $x^2 + 3x - 18$

□(5) $x^2 - 5x - 36$

□(6) $a^2 - 13a + 30$

□(7) $x^2 - 16x + 64$

□(8) $9x^2 - 6x + 1$

□(9) $a^2 - 8ab + 16b^2$

□(10) $x^2 - 36$

□(11) $81 - a^2$

□(12) $36x^2 - 25y^2$

□(13) $3x^2 + 12x - 96$

□(14) $18a^2 - 32$

□(15) $3a^2 - 6a - 24$

□⑧ **発展** $x + y = 8$, $xy = 8$ のとき, $x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

ヒント 因数分解の公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ で, $2ab$ を移項すると, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

□⑨ **発展** くふうして, 次の計算をしなさい。

$$97^2 - 2 \times 97 \times 95 + 95^2$$

ヒント 97 を a , 95 を b と見ると, この式は, $a^2 - 2ab + b^2$ の形をしている。

□⑩ **発展** 同じ大きさの正方形のタイルが, ある長方形の床にすきまなくしきつめられている。この床の縦には偶数枚のタイルが, 横には縦より 2 枚多い数のタイルが並べられている。

しきつめられているタイルの枚数より 1 枚多い数のタイルを全部使って, ある正方形の床にしきつめていくと, タイルが 1 辺に奇数枚並ぶようにすきまなくしきつめることができる。

このわけを文字を使って説明しなさい。

ヒント 長方形の縦のタイルの枚数を $2n$ 枚 (n は自然数) とすると, 横の枚数は $(2n + 2)$ 枚。

5 平方根

学習のまとめ

① 平方根

2乗(平方)すると a になる数を a の平方根という。

例 $3^2=9$, $(-3)^2=9$ であるから,
3, -3は9の平方根。

正の数の平方根は, 正, 負の2つある。

0の平方根は, 0だけである。

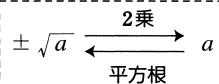
負の数の平方根はない。

② 根号 $\sqrt{\quad}$

a が正の数のとき, a の平方根のうち

正の方を $\sqrt{a}$
負の方を $-\sqrt{a}$

と書く。



③ 平方根の大小

a, b が正の数のとき,

$a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

ワーク 1 平方根の意味

(1) 4の平方根

$$2^2=4, (-2)^2=4$$

であるから,

4の平方根は ± 2

(2) $\frac{9}{16}$ の平方根

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}, \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

であるから,

$\frac{9}{16}$ の平方根は $\pm \frac{3}{4}$

(3) 0.01の平方根

$$0.1^2=0.01, (-0.1)^2=0.01$$

であるから,

0.01の平方根は ± 0.1

1 次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 1

□(2) 25

□(3) $\frac{36}{49}$

□(4) $\frac{9}{64}$

□(5) 0.04

□(6) 0.81

ワーク 2 根号を使って表す

(1) 2の平方根

根号を使って表すと,

正の方は $\sqrt{2}$

負の方は $-\sqrt{2}$

まとめて, $\pm\sqrt{2}$ と書く
こともある。

(2) $\sqrt{16}$

$\sqrt{16}$ は16の平方根のうちの
正の方を表す。

16の平方根は ± 4 である

から, $\sqrt{16}=4$

(根号を使わずに表せる)

(3) $(\sqrt{3})^2$ の値

2乗すると3になる正の
数を, 2乗しているから,

$$(\sqrt{3})^2=3$$

一般に, a を正の数とする
と, $(\pm\sqrt{a})^2=a$

2 次の数の平方根を, 根号を使って表しなさい。

□(1) 5

□(2) 7

□(3) 0.6

3 次の数を根号を使わずに表しなさい。

$\square(1) \sqrt{9}$

$\square(2) -\sqrt{64}$

$\square(3) \sqrt{0.49}$

$\square(4) \sqrt{\frac{25}{36}}$

$\square(5) \sqrt{8^2}$

$\square(6) \sqrt{(-8)^2}$

4 次の数を求めなさい。

$\square(1) (\sqrt{8})^2$

$\square(2) (-\sqrt{7})^2$

$\square(3) \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$

■ (ワーク) 3 平方根の大小 ■

a, b が正の数で, $a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(1) $\sqrt{12}, \sqrt{15}$ の大小

$12 < 15$ であるから, $\sqrt{12} < \sqrt{15}$

(2) $\sqrt{5}, -\sqrt{6}$ の大小

$\sqrt{5}$ は正の数であり, $-\sqrt{6}$ は負の数であるから, $\sqrt{5} > -\sqrt{6}$

(3) $5, \sqrt{27}$ の大小

それぞれを 2 乗して比べると,

$$5^2 = 25, (\sqrt{27})^2 = 27$$

$25 < 27$ であるから, $\sqrt{25} < \sqrt{27}$

すなわち, $5 < \sqrt{27}$

5 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$\square(1) \sqrt{7}, \sqrt{10}$

$\square(2) \sqrt{1.2}, \sqrt{1.5}$

$\square(3) \sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{3}}$

$\square(4) \sqrt{10}, -\sqrt{11}$

6 次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

$\square(1) 4, \sqrt{17}$

$\square(2) 8, \sqrt{61}$

$\square(3) \sqrt{2}, 1.5$

$\square(4) \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{1}{3}}$

$\square(5) 2, 3, \sqrt{6}$

$\square(6) 6, \sqrt{35}, \sqrt{40}$

練習問題 A

7 【平方根の意味】 次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 16

□(2) 81

□(3) $\frac{1}{25}$

□(4) $\frac{49}{64}$

□(5) 0.09

□(6) 0.36

8 【根号】 次の数の平方根を，根号を使って表しなさい。

□(1) 6

□(2) 11

□(3) 1.7

9 【根号】 次の数を根号を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{4}$

□(2) $-\sqrt{100}$

□(3) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

□(4) $\sqrt{0.64}$

□(5) $\sqrt{3^2}$

□(6) $-\sqrt{(-5)^2}$

10 【根号】 次の数を求めなさい。

□(1) $(\sqrt{9})^2$

□(2) $(-\sqrt{12})^2$

□(3) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$

11 【平方根の大小】 次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

□(1) $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$

□(2) $\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\sqrt{\frac{1}{6}}$

□(3) $-\sqrt{8}$, 3

□(4) 2, $\sqrt{3}$

□(5) $\sqrt{110}$, 11

□(6) 1, 2, $\sqrt{2.5}$

練習問題 B

12 次の数の平方根を求めなさい。

□(1) 0.25

□(2) $\frac{2}{3}$

□(3) $\frac{4}{9}$

□(4) 23

□(5) 49

□(6) 144

13 次の数を根号を使わずに表しなさい。

□(1) $\sqrt{36}$

□(2) $-\sqrt{\frac{49}{81}}$

□(3) $\sqrt{900}$

□(4) $\sqrt{0.16}$

□(5) $\sqrt{(-10)^2}$

□(6) $(-\sqrt{2})^2$

14 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

□(1) $\sqrt{50}$, 7

□(2) $\frac{1}{2}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

□(3) $-\sqrt{6}$, $-\sqrt{8}$

□(4) -9 , $-\sqrt{90}$

□(5) $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{5}$

□(6) 4, $-\sqrt{15}$, -4

□**15** $3 < \sqrt{x} < 4$ を満たす正の整数 x は何個ありますか。

ヒント

12 正の数の平方根は、根号を使って表すものと、根号を使わずに表せるものがある。

14 負の数は、絶対値が大きいほど小さい。

15 それぞれの辺を2乗すると、 $3^2 < x < 4^2$

6 有理数と無理数

学習のまとめ

① 有理数

a, b (ただし $a \neq 0$) を整数とすると、 $\frac{b}{a}$ の形に表すことができる数を**有理数**という。

有理数は、整数、有限小数、循環小数からなる。

② 無理数

$\sqrt{2}$ ($=1.41421356\cdots$), π ($=3.1415926535\cdots$) など、循環しない無限小数を**無理数**という。無理数は分数で表すことができない。

③ 循環小数

無限小数のうち、小数点以下のある数字が決まった順序で繰り返されるものを**循環小数**という。循環小数は、分数で表せるので有理数である。

2 個以上の数が繰り返されるときは、繰り返される最初の数と最後の数に・をつけて表す。

例 $0.111\cdots = 0.\dot{1}$
 $0.353535\cdots = 0.3\dot{5}$
 $0.279279\cdots = 0.2\dot{7}9$
 $0.4686868\cdots = 0.4\dot{6}8$

ワーク 4 有理数と無理数

次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\sqrt{3}, \sqrt{4}, 0.\dot{5}, -\sqrt{2}, \frac{1}{3}$$

解答 $\sqrt{4}=2$, $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$ で有理数である。

答 有理数… $\sqrt{4}$, $0.\dot{5}$, $\frac{1}{3}$ 無理数… $\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$

□16 次の数を有理数と無理数に分けなさい。

$$\sqrt{5}, -\sqrt{4}, \frac{\pi}{2}, 1.\dot{3}, (\sqrt{7})^2, \sqrt{\frac{1}{4}}, \frac{1}{9}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

ワーク 5 循環小数

$\frac{1}{9}=0.\dot{1}$, $\frac{1}{99}=0.0\dot{1}$, $\frac{1}{999}=0.00\dot{1}$ を利用して、次の循環小数をそれぞれ分数で表しなさい。

(1) $0.\dot{4}$ (2) $0.\dot{4}\dot{5}$ (3) $0.4\dot{5}\dot{6}$

解答 (1) $0.\dot{4}=0.\dot{1} \times 4 = \frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9}$

(2) $0.\dot{4}\dot{5}=0.0\dot{1} \times 45 = \frac{1}{99} \times 45 = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$

(3) $0.4\dot{5}\dot{6}=0.00\dot{1} \times 456 = \frac{1}{999} \times 456 = \frac{456}{999} = \frac{152}{333}$

答 (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{5}{11}$ (3) $\frac{152}{333}$

17 $\frac{1}{9}=0.\dot{1}$, $\frac{1}{99}=0.\dot{0}1$, $\frac{1}{999}=0.\dot{0}01$ を利用して, 次の循環小数をそれぞれ分数で表しなさい。

□(1) $0.\dot{6}$

□(2) $0.\dot{2}\dot{4}$

□(3) $0.\dot{6}9\dot{3}$

練習問題

□**18** 次の数を, 有理数と無理数に分類しなさい。

$$2\sqrt{3}, \frac{1}{7}, -9, \pi-3, -(\sqrt{6})^2, \sqrt{2}+\sqrt{5}, 0.25, 1+\sqrt{10}, 0$$

19 次の分数を循環小数で表しなさい。

□(1) $\frac{2}{9}$

□(2) $\frac{25}{99}$

□(3) $\frac{205}{999}$

□(4) $\frac{12}{37}$

20 $\frac{1}{9}=0.\dot{1}$, $\frac{1}{99}=0.\dot{0}1$, $\frac{1}{999}=0.\dot{0}01$ を利用して, 次の循環小数を分数で表しなさい。

□(1) $0.\dot{5}$

□(2) $0.\dot{8}\dot{4}$

□(3) $0.\dot{5}2\dot{8}$

□(4) $0.0\dot{3}$

21 次の問いに答えなさい。

□(1) $\frac{1}{7}$ を循環小数で表しなさい。

□(2) $\frac{1}{7}$ を小数に直したとき, 小数第 100 位の数を求めなさい。

7 平方根の積と商

学習のまとめ

① 平方根の積と商

a, b を正の数とすると、

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

($\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ とも書く)

② 根号をふくむ数の変形

a, b を正の数とすると、

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

($a \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$ とも書く)

③ 平方根のおよその値

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots$ などは、小数で表すと限りなく続き、また、分数で表すことはできないから、およその値を使うことがある。

$\sqrt{\quad}$ の中の数の小数点

の位置が2けたずれるごとに、平方根の小数点の

位置は同じ向きへ1けた

ずつずれる。

$$\sqrt{2} = 1.414\dots$$

$$\sqrt{200} = 14.14\dots$$

ワーク 6 平方根の積と商

2つの平方根の積、商は、1つの根号を使って表すことができる。

$$(1) \sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$(2) \sqrt{2}\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

a, b を

正の数とすると、 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

$$(3) \sqrt{12} \div \sqrt{6} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

22 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$\square(2) \sqrt{6}\sqrt{7}$$

$$\square(3) \sqrt{3}\sqrt{12}$$

$$\square(4) \sqrt{10} \div \sqrt{2}$$

$$\square(5) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$$

$$\square(6) \sqrt{63} \div \sqrt{7}$$

ワーク 7 根号をふくむ数の変形

数と平方根の積を $\sqrt{a}$ の形に表すことができる。

また、 $\sqrt{\quad}$ の中の数を簡単な数にできることがある。

(1) $\sqrt{a}$ の形に表す。

$$2\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$(2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12})$$

a, b を

正の数とすると、

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

(2) $a\sqrt{b}$ の形に表す。

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2})$$

$\sqrt{\quad}$ の中の数の素因数分解を考えるとよい。

23 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

$$\square(1) 3\sqrt{6}$$

$$\square(2) 4\sqrt{2}$$

$$\square(3) 5\sqrt{3}$$

24 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

□(1) $\sqrt{12}$

□(2) $\sqrt{18}$

□(3) $\sqrt{20}$

□(4) $\sqrt{27}$

□(5) $\sqrt{28}$

□(6) $\sqrt{40}$

25 根号の中の数が分数や小数のときも、根号の中を簡単な数にできることがある。

$$\text{(例)} \quad \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \qquad \sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

上の例にならって、次の数を変形しなさい。

□(1) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

□(2) $\sqrt{\frac{6}{25}}$

□(3) $\sqrt{0.07}$

■ (ワーク) 8 平方根のおよその値 ■

根号の中の数的小数点が2けたずれるごとに、平方根の小数点の位置は同じ向きへ1けたずつずれる。

$$\begin{aligned} \text{(1)} \quad \sqrt{2} &= 1.414 \text{ とすると,} \\ \sqrt{20000} &= \sqrt{2 \times 100^2} = \sqrt{2} \times 100 \\ &= 1.414 \times 100 = 141.4 \\ \sqrt{0.02} &= \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} \\ &= 1.414 \div 10 = 0.1414 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad \sqrt{20} &= 4.472 \text{ とすると,} \\ \sqrt{2000} &= \sqrt{20 \times 10^2} = \sqrt{20} \times 10 \\ &= 4.472 \times 10 = 44.72 \\ \sqrt{0.2} &= \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} \\ &= 4.472 \div 10 = 0.4472 \end{aligned}$$

26 $\sqrt{3} = 1.732$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{300}$

□(2) $\sqrt{0.03}$

□(3) $\sqrt{30000}$

27 $\sqrt{30} = 5.477$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{3000}$

□(2) $\sqrt{0.3}$

□(3) $\sqrt{0.003}$

28 $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{50} = 7.071$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{500}$

□(2) $\sqrt{5000}$

□(3) $\sqrt{0.5}$

□(4) $\sqrt{0.05}$

練習問題 A

29 [平方根の積と商] 次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

□(2) $\sqrt{3} \sqrt{13}$

□(3) $\sqrt{5} \times \sqrt{20}$

□(4) $\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

□(5) $\sqrt{35} \div \sqrt{7}$

□(6) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

30 [根号をふくむ数の変形] 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

□(1) $2\sqrt{11}$

□(2) $3\sqrt{7}$

□(3) $10\sqrt{2}$

31 [根号をふくむ数の変形] 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

□(1) $\sqrt{45}$

□(2) $\sqrt{50}$

□(3) $\sqrt{52}$

□(4) $\sqrt{98}$

□(5) $\sqrt{125}$

□(6) $\sqrt{300}$

32 [根号をふくむ数の変形] 次の数を、根号の中をできるだけ簡単な数にして表しなさい。

□(1) $\sqrt{\frac{7}{9}}$

□(2) $\sqrt{\frac{5}{16}}$

□(3) $\sqrt{0.02}$

33 [平方根のおよその値] $\sqrt{10} = 3.162$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{1000}$

□(2) $\sqrt{0.1}$

34 [平方根のおよその値] $\sqrt{7} = 2.646$, $\sqrt{70} = 8.367$ として、次の値を求めなさい。

□(1) $\sqrt{700}$

□(2) $\sqrt{7000}$

□(3) $\sqrt{0.7}$

□(4) $\sqrt{0.07}$

練習問題 B

35 次の計算をなさい。

$\square(1) \quad \sqrt{7} \times \sqrt{3}$

$\square(2) \quad \sqrt{32} \times \sqrt{2}$

$\square(3) \quad \sqrt{6} \times (-\sqrt{6})$

$\square(4) \quad \sqrt{30} \div \sqrt{15}$

$\square(5) \quad (-\sqrt{28}) \div \sqrt{7}$

$\square(6) \quad (-\sqrt{45}) \div (-\sqrt{5})$

36 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

$\square(1) \quad 3\sqrt{10}$

$\square(2) \quad 5\sqrt{6}$

$\square(3) \quad 6\sqrt{2}$

37 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

$\square(1) \quad \sqrt{24}$

$\square(2) \quad \sqrt{48}$

$\square(3) \quad \sqrt{75}$

$\square(4) \quad \sqrt{80}$

$\square(5) \quad \sqrt{108}$

$\square(6) \quad \sqrt{250}$

38 次の計算をなさい。答えは、根号の中をできるだけ簡単な数にして表しなさい。

$\square(1) \quad \sqrt{2} \times \sqrt{10}$

$\square(2) \quad \sqrt{15} \times (-\sqrt{3})$

$\square(3) \quad \sqrt{14} \times \sqrt{21}$

$\square(4) \quad \sqrt{40} \div \sqrt{5}$

$\square(5) \quad \sqrt{54} \div (-\sqrt{2})$

$\square(6) \quad \sqrt{6} \div \sqrt{27}$

39 次の数を小数で表すとき、数字の並び方が同じになるものはどれとどれですか。

$\textcircled{7} \quad \sqrt{13}$

$\textcircled{1} \quad \sqrt{130}$

$\textcircled{9} \quad \sqrt{1300}$

$\textcircled{8} \quad \sqrt{0.013}$

ヒント

35 積や商の符号は、平方根でない数の計算の場合と同じように決定できる。

37 $\sqrt{\quad}$ の中の数を素因数分解し、因数の2乗の形を見つける。

8 平方根の計算(1)

◆ 学習のまとめ ◆

① 分母に根号がある数の変形

分母と分子に同じ数をかけて、分母に根号がない数に変形することができる。

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

② 根号をふくむ式の乗法・除法

$\sqrt{\quad}$ の外の数どうしの積、商と、平方根どうしの積、商を合わせる。

$$m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$$

③ 根号をふくむ式の加法・減法

同じ数の平方根をふくんだ式は、同類項と同じように考えて、まとめることができる。

$$m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$2+\sqrt{3}$ や $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ は、これ以上簡単にすることはできない。

④ 根号をふくむ式の計算

①～③とも、 $\sqrt{\quad}$ の中ができるだけ簡単になるように変形してから計算する。

■ (ワーク) 9 分母に根号がある数の変形 ■

分母と分子に同じ数をかけて、分母に根号がない数に変形する。

$$(1) \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

変形後、約分できることがある。

$$(2) \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$(2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2 \times (\sqrt{5})^2 = 2 \times 5)$$

40 次の数を、分母に根号がない数に変形しなさい。

$$\square(1) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\square(2) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\square(3) \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$\square(4) \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\square(5) \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{7}}$$

$$\square(6) \frac{3}{2\sqrt{6}}$$

■ (ワーク) 10 乗法・除法 ■

$\sqrt{\quad}$ の外の数どうしの積、商と、平方根どうしの積、商を合わせる。

$$(1) 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} \quad \leftarrow (2 \times \sqrt{3}) \times (5 \times \sqrt{2}) \\ = (2 \times 5) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) = 10\sqrt{6}$$

$$(2) 2\sqrt{10} \div 6\sqrt{5} \\ = \frac{2\sqrt{10}}{6\sqrt{5}} = \frac{2}{6} \sqrt{\frac{10}{5}} = \frac{1}{3} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

41 次の計算をしなさい。

$$\square(1) 3\sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$\square(2) 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{7}$$

$$\square(3) \sqrt{8} \times \sqrt{12}$$

$$\square(4) 2\sqrt{15} \times 3\sqrt{5}$$

42 次の計算をなさい。

□(1) $8\sqrt{6} \div 4\sqrt{3}$

□(2) $9\sqrt{10} \div 6\sqrt{2}$

□(3) $\sqrt{18} \div \sqrt{27}$

□(4) $\sqrt{54} \div \sqrt{12}$

■ **ワーク** || 加法・減法 ■

同じ数の平方根をふくんだ式は、同類項と同じように考えて、まとめる。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &= (2+5)\sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{3} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

$\sqrt{\quad}$ の中の数が異なるから、これ以上簡単にすることはできない。

(2) $\sqrt{\quad}$ の中ができるだけ簡単な数になるように変形してから計算する。

$$\begin{aligned} \sqrt{50} - \sqrt{8} &= \sqrt{5^2 \times 2} - \sqrt{2^2 \times 2} \\ &= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= (5-2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

43 次の計算をなさい。

□(1) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

□(2) $5\sqrt{3} + \sqrt{3}$

□(3) $7\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

□(4) $\sqrt{6} - 3\sqrt{6}$

□(5) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

□(6) $\sqrt{2} + \sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{6}$

44 根号の中ができるだけ簡単になるように変形してから、次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{20} + \sqrt{5}$

□(2) $\sqrt{75} - \sqrt{27}$

□(3) $\sqrt{7} + \sqrt{28} + \sqrt{63}$

□(4) $\sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{18}$

45 分母に根号がない数に変形してから、次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{2} + \frac{6}{\sqrt{2}}$

□(2) $\frac{20}{\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

練習問題 A

46 [分母に根号がある数の変形] 次の数を，分母に根号がない数に変形しなさい。

□(1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

□(2) $\frac{9}{\sqrt{3}}$

□(3) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$

47 [乗法・除法] 次の計算をしなさい。

□(1) $3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}$

□(2) $4\sqrt{5} \times 5\sqrt{2}$

□(3) $6\sqrt{21} \div 2\sqrt{7}$

□(4) $3\sqrt{42} \div 2\sqrt{6}$

48 [乗法・除法] 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{20} \div \sqrt{6}$

□(2) $\sqrt{40} \div \sqrt{18} \times \sqrt{3}$

49 [加法・減法] 次の計算をしなさい。

□(1) $3\sqrt{5} + \sqrt{5}$

□(2) $4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

□(3) $6\sqrt{7} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{7}$

□(4) $3\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} + 3$

50 [加法・減法] 次の計算をしなさい。

□(1) $\sqrt{24} + \sqrt{6}$

□(2) $\sqrt{90} - \sqrt{10}$

□(3) $\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{80}$

□(4) $\sqrt{50} - \sqrt{27} - \sqrt{32} + \sqrt{3}$

□(5) $\frac{3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$

□(6) $\frac{30}{\sqrt{6}} - 3\sqrt{6}$

練習問題 B

51 次の数を、分母に根号がない数に変形しなさい。

$$\square(1) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

$$\square(2) \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\square(3) \frac{3}{\sqrt{12}}$$

52 次の計算をしなさい。

$$\square(1) 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{6}$$

$$\square(2) (2\sqrt{5})^2$$

$$\square(3) (-3\sqrt{2})^2$$

$$\square(4) 2\sqrt{6} \times 5\sqrt{3}$$

$$\square(5) \sqrt{75} \sqrt{48}$$

$$\square(6) \sqrt{14} \sqrt{21}$$

$$\square(7) \sqrt{14} \div 2\sqrt{7}$$

$$\square(8) 5\sqrt{2} \div \sqrt{20}$$

$$\square(9) 6\sqrt{10} \div 2\sqrt{30}$$

53 次の計算をしなさい。

$$\square(1) \sqrt{63} + \sqrt{7}$$

$$\square(2) 3\sqrt{2} - 2\sqrt{18}$$

$$\square(3) \sqrt{6} - \sqrt{3} + 3\sqrt{24} + 2\sqrt{27}$$

$$\square(4) \sqrt{200} - \sqrt{125} - 4\sqrt{8} + 3\sqrt{45}$$

$$\square(5) \sqrt{8} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\square(6) \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

54 次の計算をしなさい。

$$\square(1) 6\sqrt{2} \times \sqrt{10} \div 2\sqrt{5}$$

$$\square(2) \sqrt{8} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

$$\square(3) \sqrt{14} \times \sqrt{7} + \sqrt{18}$$

$$\square(4) \sqrt{15} \times \sqrt{10} - 6\sqrt{3} \div \sqrt{2}$$

ヒント

51 (2)(3) 分母を $a\sqrt{b}$ の形に表してから、分母に根号がない数に変形する。

53 (2) $2\sqrt{18} = 2 \times \sqrt{3^2 \times 2} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (5)(6) 変形したあと通分する。

9 平方根の計算(2)

◆ 学習のまとめ ◆

① 乗法公式の利用

根号をふくむ式の計算では、分配法則や乗法公式を利用できることがある。

分配法則 $m(a+b) = ma + mb$

乗法公式

$$① \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$② \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$③ \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$④ \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

② 式の値

根号をふくむ数を代入して、式の値を計算する。このとき、乗法公式も利用する。

また、式の形によっては、因数分解を利用すると、計算が簡単になることがある。

③ いろいろな問題

$2 < \sqrt{5} < 3$ だから、

$$\sqrt{5} = 2 + (\text{小数部分})$$

と表せる。

■ (ワーク) | 2 乗法公式の利用 ■

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & (\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+2) \\ & = (\sqrt{3})^2 + (5+2)\sqrt{3} + 5 \times 2 \\ & = 3 + 7\sqrt{3} + 10 = 13 + 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (3\sqrt{2}+\sqrt{7})(3\sqrt{2}-\sqrt{7}) \\ & = (3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2 \quad \leftarrow (3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 \\ & = 9 \times 2 - 7 = 11 \end{aligned}$$

55 乗法公式を使って、次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (\sqrt{2}+5)(\sqrt{2}-3)$$

$$\square(2) \quad (\sqrt{3}+\sqrt{7})^2$$

$$\square(3) \quad (\sqrt{6}-2)^2$$

$$\square(4) \quad (\sqrt{10}+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{5})$$

56 分配法則を使って、次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{2}(\sqrt{8}+\sqrt{3})$$

$$\square(2) \quad (2\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2)$$

■ (ワーク) | 3 式の値 ■

$$\begin{aligned} (1) \quad & x = \sqrt{3} + 1 \text{ のとき, } x^2 - 2x \text{ の値。} \\ & x = \sqrt{3} + 1 \text{ を代入すると, 乗法公式を使って,} \\ & x^2 - 2x = (\sqrt{3} + 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1) \\ & \quad = 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} - 2 = 2 \\ \text{(別解)} \quad & x^2 - 2x = x(x-2) \quad \leftarrow \text{因数分解} \\ & = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1 - 2) \\ & = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2 \quad \leftarrow \text{乗法公式} \end{aligned}$$

$$(2) \quad a = \sqrt{5} + 2, \quad b = \sqrt{5} - 2 \text{ のとき, } a^2 - b^2 \text{ の値。}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a+b = (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) = 2\sqrt{5}$$

$$a-b = (\sqrt{5}+2) - (\sqrt{5}-2) = 4$$

であるから、

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$$

57 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x = \sqrt{3} + 2$ のとき、 $x^2 - 4x$ の値

□(2) $x = \sqrt{2} + 3$, $y = \sqrt{2} - 3$ のとき、 $x^2 - y^2$ の値

□(3) $a = \sqrt{6} - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ のとき、 $a^2b + ab^2$ の値

■ (ワーク) 14 いろいろな問題 ■

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{48}\sqrt{n}$ を整数にする自然数 n のうち、最も小さいものを求めよ。
 (2) $\sqrt{5}$ を小数で表したとき、その小数部分を a とする。 $a^2 + 4a$ の値を求めよ。

(考え方) (1) $\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$ であるから、 $\sqrt{3}\sqrt{n}$ が整数になればよい。

(2) $2^2 < 5 < 3^2$ より、 $2 < \sqrt{5} < 3$

したがって、 $\sqrt{5}$ の整数部分は 2 であるから、

$$2 + a = \sqrt{5}, \quad a = \sqrt{5} - 2$$

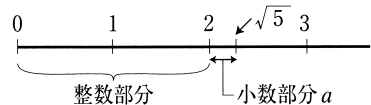
(解答) (1) $\sqrt{48}\sqrt{n} = 4\sqrt{3n}$ より、 $n = 3$ のとき、整数となる。

(2) $2 < \sqrt{5} < 3$ より、 $\sqrt{5}$ の整数部分は 2 であるから、 $a = \sqrt{5} - 2$

よって、 $a^2 + 4a = a(a + 4) = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 2 + 4) = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 5 - 4 = 1$

答

(1) $n = 3$ (2) 1



58 次の数を整数にする自然数 n のうち、最も小さいものをそれぞれ求めなさい。

□(1) $\sqrt{72} \times \sqrt{n}$

□(2) $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{n}}$

□59 $\sqrt{19 - a}$ の値を整数にする自然数 a の値をすべて求めなさい。

□60 $4 < \sqrt{3a} < 5$ を満たす自然数 a の値をすべて求めなさい。

61 $\sqrt{3}$ の小数部分を a とするとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ であることを考えて、 a を $\sqrt{3}$ を使って表せ。

□(2) $a^2 + 2a$ の値を求めよ。

練習問題 A

62 【乗法公式の利用】 次の計算をなさい。

□(1) $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 1)$

□(2) $(\sqrt{5} + 4)(\sqrt{5} - 2)$

□(3) $(\sqrt{7} + 2)^2$

□(4) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

□(5) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

□(6) $(\sqrt{11} - \sqrt{6})(\sqrt{11} + \sqrt{6})$

63 【分配法則の利用】 次の計算をなさい。

□(1) $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3})$

□(2) $\sqrt{2}(\sqrt{18} + \sqrt{12})$

□(3) $(\sqrt{5} + 2)(2\sqrt{5} - 1)$

□(4) $(3\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 3)$

64 【式の値】 次の式の値を求めなさい。

□(1) $x = \sqrt{10} - 3$ のとき, $x^2 + 6x$ の値

□(2) $a = 3 + \sqrt{3}$, $b = 3 - \sqrt{3}$ のとき, $a^2 - b^2$ の値

□(3) $a = \sqrt{5} + 4$, $b = \sqrt{5} - 4$ のとき, $a^2 + 2ab + b^2$ の値

□**65** 【いろいろな問題】 $\sqrt{18}\sqrt{n}$ の値を整数にする自然数 n のうち, 小さい方から 2 つ求めなさい。

□**66** 【いろいろな問題】 $\sqrt{13}$ の値は, $3 < \sqrt{13} < 4$ を満たしている。 $\sqrt{13}$ の小数部分を a とするとき, $a^2 + 6a$ の値を求めなさい。

練習問題 B

67 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (\sqrt{6} + 4)(\sqrt{6} - 2)$$

$$\square(2) \quad (\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$\square(3) \quad (2\sqrt{2} + 1)^2$$

$$\square(4) \quad (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

$$\square(5) \quad (3\sqrt{3} + 4)(3\sqrt{3} - 4)$$

$$\square(6) \quad (\sqrt{18} - \sqrt{12})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$$

68 次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

$$\square(1) \quad \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\square(2) \quad \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$$

69 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$\square(2) \quad (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})(\sqrt{7} - 2\sqrt{2}) + \sqrt{8}(\sqrt{7} + \sqrt{2})$$

70 $x = \sqrt{6} + 2$, $y = \sqrt{6} - 2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$\square(1) \quad x^2 - y^2$$

$$\square(2) \quad x^2 + 2xy + y^2$$

$$\square(3) \quad y^2 + 4y + 5$$

71 次の問いに答えなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{27(15 - n)} \text{ の値を整数にする自然数 } n \text{ の値をすべて求めよ。}$$

$$\square(2) \quad \sqrt{20} \text{ の小数部分を } a \text{ とするとき、} a^2 + 8a \text{ の値を求めよ。}$$

ヒント

68 (1) 分母、分子に $\sqrt{2}$ をかける。

70 (3) $y^2 + 4y$ の値、または、 $y^2 + 4y + 4$ の値を求めてみる。

71 (1) $3\sqrt{3(15 - n)}$ と変形できるから、 $15 - n = 3 \times (\text{整数})^2$ であればよい。 (2) $16 < 20 < 25$

10 近似値と有効数字

□学習のまとめ□

① 近似値と誤差

真の値に近い値を**近似値**という。

誤差＝近似値－真の値

② 有効数字

近似値を表す数のうち、信頼できる数字を**有効数字**という。

ワーク 15 近似値と誤差

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入して得た近似値が 4 であったとすると、次の問いに答えなさい。

- (1) a の値の範囲を不等号を使って表せ。
 (2) 誤差の絶対値は、大きくてどれだけか。

考え方 (1) 3.5 以上 4.5 未満の数が 4 になる。

(2) 誤差＝近似値－真の値

解答 (2) $4 - 3.5 = 0.5$

答 (1) $3.5 \leq a < 4.5$ (2) 0.5

72 ある数 a の小数第 2 位を四捨五入して得た近似値が 5.3 であったとすると、次の問いに答えなさい。

- (1) このような a のうち、最も小さい数を求めなさい。
 □(2) a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。
 □(3) 誤差の絶対値は、大きくてどれだけか。

ワーク 16 有効数字

最小の目盛りが 10g であるはかりで、ある物の重さをはかったら 1230g であった。次の問いに答えなさい。

- (1) 有効数字をすべて書きなさい。
 (2) 有効数字がわかるように、10 の累乗を用いた積の形で表しなさい。

考え方 (1) 信頼できる数字は十の位以上の数字である。

(2) (整数部分が 1 けたの小数) $\times$ (10 の累乗) $\rightarrow 1.23 \times 10^2$ の形で表す。

答 (1) 1, 2, 3 (2) $1.23 \times 10^3 \text{g}$

73 次の測定値を、有効数字がはっきりわかる形で表しなさい。

- (1) 1cm の位まで測定した 720cm
 □(2) 10g の位まで測定した 2450g

74 次の測定値は、何の位まで測定したものか答えなさい。

- (1) $1.2 \times 10^2 \text{g}$
 □(2) $3.40 \times 10^3 \text{km}$

練習問題

75 ある小数 a の小数第 2 位を四捨五入すると 4.7 になるという。次の問いに答えなさい。

□(1) a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。

□(2) 誤差の絶対値は、最も大きくてどれだけか。

76 $\frac{17}{6}$ について、次の問いに答えなさい。

□(1) 四捨五入して小数第 1 位までの近似値で表しなさい。

□(2) (1) のとき、誤差はどれだけになるか。

77 次の問いに答えなさい。

(1) 次の測定値を、有効数字がはっきりとわかる形で表しなさい。

□① 10mm の値まで測定した 1580mm

□② 100g の値まで測定した 3900g

(2) 次の測定値は、何の位まで測定したものか。

□① $1.2 \times 10^2 \text{g}$

□② $2.30 \times 10^3 \text{g}$

□**78** 地球と太陽との距離は、約 149600000km である。これを有効数字を 4 けたとして表しなさい。

#

7 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad \sqrt{7} + 2\sqrt{7}$$

$$\square(2) \quad 2\sqrt{2} + \sqrt{6} - \sqrt{2} - 3\sqrt{6}$$

$$\square(3) \quad \sqrt{27} - \sqrt{3}$$

$$\square(4) \quad \sqrt{45} + \sqrt{20}$$

$$\square(5) \quad \sqrt{160} - \sqrt{90} + \sqrt{40}$$

$$\square(6) \quad -\sqrt{12} + \sqrt{50} + \sqrt{75} - \sqrt{98}$$

$$\square(7) \quad \sqrt{18} + \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\square(8) \quad \frac{12}{\sqrt{6}} - \sqrt{24}$$

8 次の計算をなさい。

$$\square(1) \quad (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 1)$$

$$\square(2) \quad (\sqrt{5} + 3)^2$$

$$\square(3) \quad (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$$

$$\square(4) \quad (\sqrt{7} + 4)(\sqrt{7} - 4)$$

$$\square(5) \quad \sqrt{10}(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$\square(6) \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

9 $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$\square(1) \quad xy$$

$$\square(2) \quad x^2 - y^2$$

$$\square(3) \quad x^2 - 2x$$

10 **発展** $\sqrt{13}$ に最も近い整数と, 2 番目に近い整数をそれぞれ求めなさい。

ヒント $3 < \sqrt{13} < 4$ であるから, 3 と 4 が近い整数。どちらの方が近いか調べる。

11 **発展** n は正の整数で, $\sqrt{\frac{35n}{2}}$ は 2 けたの整数になるという。このような n をすべて求めなさい。

ヒント $\sqrt{\frac{35n}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times n}{2}}$ であるから, $n = 2 \times 5 \times 7 \times m^2$ (m は自然数) のとき, 整数となる。